## 7.4.2 Parametrické vyjádření přímky II

**Př. 1:** Urči vzájemnou polohu přímek $p = \{[2+t; 3-2t; -1+t], t \in R\}$, $q = \{[-2+3s; 3+2s; 3+s], s \in R\}$.

Směrové vektory obou přímek: $\boldsymbol{u}_p = (1;-2;1)$, $\boldsymbol{u}_q = (3;2;1)$ $\Rightarrow$ ihned vidíme, že $\boldsymbol{u}_q \neq k \cdot \boldsymbol{u}_p$

$$\begin{array}{l} 2+t=-2+3s \\ 3-2t=3+2s \\ -1+t=3+s \end{array} \Rightarrow t=4+s \Rightarrow \begin{array}{l} 2+(4+s)=-2+3s \\ 3-2(4+s)=3+2s \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} 8=2s \Rightarrow s=4 \\ -8=4s \Rightarrow s=-2 \end{array}$$

**Př. 2:** Urči vzájemnou polohu přímek $p = \{[-3+4t; 4-2t; 2+2t], t \in R\}$ a *AB*, kde $A[1;2;4]$, $B[-5;5;1]$.

Porovnáme směrové vektory: $\boldsymbol{u}_p = (4;-2;2)$, $\boldsymbol{u}_{AB} = B - A = (-6;3;-3)$

$\frac{-6}{4} = \frac{3}{-2} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2} = k$ $\Rightarrow$ platí: $\boldsymbol{u}_{AB} = k \cdot \boldsymbol{u}_p$ $\Rightarrow$ přímky jsou rovnoběžné nebo totožné.

Zjišťujeme zda bod *A* (nebo *B*) leží na přímce *p*: $\begin{array}{l} -3+4t=1 \Rightarrow t=1 \\ 4-2t=2 \Rightarrow t=1 \\ 2+2t=4 \Rightarrow t=1 \end{array}$ $\Rightarrow$ přímka *AB* je totožná s přímkou *p*.

**Př. 3:** Najdi parametrické vyjádření osy *z*.

Dva body na ose *z*: $[0;0;1]$, $[0;0;2]$ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{u} = (0;0;1)$, bod $O[0;0;0]$

$\Rightarrow$ osa *z*: $x = 0, y = 0, z = t$

**Př. 4:** Jakou množinu tvoří body, které vyhovují podmínce $z = 0$?

Podmínce $z = 0$ vyhovují body na ose *x*, body na ose *y* i všechny ostatní body v rovině, kterou tyto přímky určují (souřadná rovina *xy*).

**Př. 5:** Najdi vyjádření souřadných rovin *xz* a *yz* analogická rovnici $z = 0$ pro souřadnou rovinu *xy*.

$y = 0$, $x = 0$

- $z = t$: *z*-vá souřadnice hledaných bodů je libovolná,
- $x = 0$, $y = 0$: hledané body leží na průsečnici souřadných rovin *xz* a *yz*.

$\Rightarrow$ Osu *z* není možné vyjádři jedinou rovnicí typu $z = 0$. Body na ose *z* splňují takové podmínky dvě: $x = 0$ a $y = 0$.

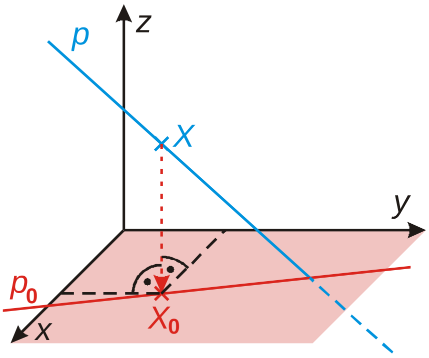
**Př. 6:** Urči průsečík přímky $p = \{[-3+4t; 4-2t; 2+2t], t \in R\}$ se souřadnou rovinou *xy*.

Všechny body v souřadné rovině *xy* splňují podmínku (rovnici) $z = 0$ $\Rightarrow$ musí tedy platit: $z = 2+2t = 0$ $\Rightarrow$ $t = -1$.

$x = -3+4t = -3+4(-1) = -7$ $\quad y = 4-2t = 4-2(-1) = 6$ $\quad z = 0$

Přímka *p* se se souřadnou rovinou *xy* protíná v bodě $P[-7;6;0]$.

**Př. 7:** Je dána přímka $p = \{[-3+4t; 4-2t; 2+2t], t \in R\}$. Najdi parametrické vyjádření jejího kolmého průmětu do roviny *xy*.




Bod *X* a jeho kolmý průmět $X_0$ mají téměř stejné souřadnice, liší se pouze u *z*-ové souřadnice, kterou má bod $X_0$ nulovou (leží v souřadné rovině *xy*) $\Rightarrow$ přímka $p_0$ má podobné parametrické vyjádření jako přímka *p*. Liší pouze v nulové *z*-ové souřadnici.

$p = \{[-3+4t; 4-2t; 0], t \in R\}$

**Př. 8:** Najdi co nejvíce důvodů, proč rovnice $ax + by + cz + d = 0$ není v prostoru obecnou rovnicí přímky.

- Vektory kolmé na libovolný vektor netvoří v prostoru přímku, ale celou rovinu. Mohou směřovat do nekonečně mnoha různých směrů, ne jen do jednoho jako v rovině.
- Na přímku existuje v prostoru nekonečně mnoho různých kolmých směrů, ne jeden jako v rovině, nelze tedy najít k přímce v prostoru normálový směr.
- Rovnice $ax + by + cz + d = 0$ tvoří soustavu jedné rovnice o třech neznámých. Její řešení bude tvořit množina se dvěma stupni volnosti (budeme volit dvě neznámé). Takovou množinou však není přímka (ta má jediný stupeň volnosti), ale rovina.
- Speciálním případem rovnice $ax + by + cz + d = 0$ je rovnice $z = 0$. Tato rovnice však neurčuje přímku, ale celou souřadnou rovinu.
- Na vyjádření osy *z* jsme potřebovali dvě rovnice diskutovaného typu $x = 0$ a $y = 0$. To napovídá, že jsme osu *z* získali jako průsečík dvou rovin.
- Zkusíme se zbavit parametru v parametrickém vyjádření přímky $\begin{aligned} x &= 2+t \\ y &= 3-2t \\ z &= 1+3t, t \in R \end{aligned}$.
  Z první rovnice vyjádříme parametr *t*: $t = x - 2$.
  Dosadíme do zbývajících dvou rovnic:
  $y = 3 - 2(x-2) = 3 - 2x + 4 \Rightarrow 2x + y - 7 = 0$
  $z = 1 + 3(x-2) = 1 + 3x - 6 \Rightarrow 3x - z - 5 = 0$
  $\Rightarrow$ získali jsme dvě rovnice $\begin{aligned} 2x + y - 7 &= 0 \\ 3x - z - 5 &= 0 \end{aligned}$. Podobně jako u vyjádření osy *z* jde zřejmě o vyjádření přímky jako průsečíku dvou rovin.

Neexistuje obecná rovnice přímky v prostoru.

**Př. 9:** Petáková:
strana 114/cvičení 9
strana 114/cvičení 11 b) c) e)
strana 115/cvičení 13